

# Grundlagen der Datenfusion



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Signalmittelung, Signalmischung und Modellstützung  
Zusammenhänge und Übersicht zu den Verfahren  
Nachweis der Qualität und Zuverlässigkeit

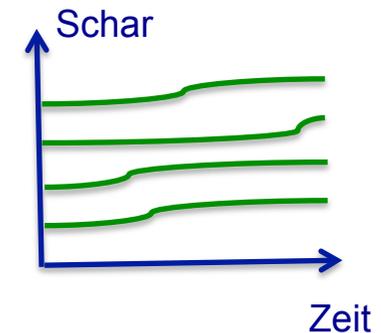
23<sup>rd</sup> LEIBNIZ CONFERENCE OF ADVANCED SCIENCE

Lokalisierungstechniken für  
IoT, Telematik und Industrie 4.0  
22.-23. November 2018  
Lichtenwalde, SN

Prof. Dr.-Ing. Jürgen Beyer  
TU Darmstadt

# Übersicht

- Ziele einer Datenfusion:
  - Steigerung der Genauigkeit **oder**
  - Verbesserung der Zuverlässigkeit
- Filtertechnisches Dilemma
  - Sensitivität gegenüber hochfrequenten Fehlern
  - Schlechtere Filterung unter Normalbedingungen
- Verwendung finden unterschiedlichste Filteransätze
  - Deterministische und stochastische Interpretationen
  - Filter über der Schar **oder** im Zeit- bzw. Frequenzbereich
  - Batch-Betrieb (auch nicht-kausal) und rekursive Form
  - Analoge (abgetastete) oder zeitdiskrete Filtermodelle



# Verfahren der Signalmittelung

$$m_i = X + Z_i, \sigma_i$$

$$\bar{X} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i$$

bzw. 
$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N m_j(t_k)$$

vgl. zeitdiskretes Mittelwertfilter; Reduktion der Streuung um den Faktor  $1/\sqrt{N}$

Filterung über der Schar

identische Gewichtung

Ergoden Hypothese

# Zeitdiskretes Mittelwertfilter

$$G(z^{-1}) = \frac{y}{u} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{n-1} z^{-(n-1)}}{1}, \quad b_i = \frac{1}{n}$$

$$\bar{y} = K \bar{u} \quad \text{mit} \quad K = \lim_{z \rightarrow 1} G(z^{-1}) = 1$$

$$\bar{\sigma}_y = \frac{1}{\sqrt{n}} \bar{\sigma}_u$$

vgl. FIR Filter (n-1)-ter Ordnung

Optimale Berechnung:

$$\bar{\sigma}_y^2 = \frac{[\sigma_u^2]^n}{\sum_{i=1}^n [\sigma_u^2]^{n-1}} = \frac{\sigma_u^2}{n}$$

# Verfahren der Signalmischung

- Die Summe aller Signalgewichtungen  $W_i$  ist immer gleich 1

Beispiel: Mischung von zwei Mess-Signalen  $m_1$  und  $m_2$

$$x(tk) = W * m_1(tk) + (1-W) * m_2(tk)$$

- Umformung und eine andere Darstellung liefert

$$x(tk) = m_1(tk) + (W-1) * [m_1(tk) - m_2(tk)]$$

- Eine weitere Darstellung mit Verstärkung und Residuum

$$x(tk) = m_1(tk) + V * [m_2(tk) - m_1(tk)]$$

Beachte:  $V = (1-W)$  bzw.  $W = (1-V)$

- Nun stochastische Interpretation des Schätzproblems

Zeitinvariante und optimale Lösung mit der Verstärkung

$$V_{\text{opt}} = \sigma_1^2 / (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) = p_1 / (p_1 + p_2)$$

Beachte:  $W_{\text{opt}} = p_2 / (p_1 + p_2)$

# Modellgestützte Verfahren

- Nächste Idee: Mischung von Modell-Signal mit Mess-Signal;  
Messung  $m_1$  durch Modellgleichung  $h$  ersetzen,  $m_2$  wird Referenz

$$x(tk) = h(u,tk) + V * [m_2(tk) - h(u,tk)]$$

- Optimale Verstärkung verwendet Kovarianz  $p_h$  des Modells  
und Kovarianz  $r_w$  des „Referenzsignals“ (z.B. der Messung)

Die stationäre Verstärkung entspricht dem **Wienerfilter**

$$V_{opt} = p_h / (p_h + r_w)$$

- Das **Kalmanfilter** liefert die optimale zeitvariante Verstärkung  
Nach jedem „Update“ mit einer Referenz  $w(tk)$  wird die Kovarianz  
 $p_h(tk)$  kleiner und dann wieder im nächsten „Update“ verwendet

$$V_{opt}(tk) = p_h(tk) / (p_h(tk) + r_w) \quad p_h(t_0) = p_{h0}$$

# Übersicht zu den Verfahren

Verfahrensansatz	Signalbasiert	Modellgestützt
<b>konstante Gewichtung der Signale bzw. Residuen</b>		
konstante Faktoren	Signalmittelung	Filter und Beobachter
stationäre Kovarianzen	Signalgewichtung	Wienerfilter
<b>zeitvariante Gewichtung der Signale bzw. Residuen</b>		
zeitveränderliche Faktoren	Datenalter, Data Mining*	zeitvariante Beobachter <sup>o</sup>
dynamische Kovarianzen	rekursive Minimalvarianz**	Kalmanfilter <sup>oo</sup>

\* artificial neural networks, machine learning, fuzzy logic, ...

\*\* RMV, matched filter, particle filter, ...

<sup>o</sup> H.G. Jakob, Studie E/F51E/GO173/F5133  
BWB, Koblenz, 1989

<sup>oo</sup> linear, extended, unscented, iterated, ...

# Optimale Signalmischung

- Überschlagsrechnung zur optimalen Signalmischung

$$m_1 = x + z_1, \sigma_1$$

$$m^* = a \cdot m_1 + b \cdot m_2$$

$$m_2 = x + z_2, \sigma_2$$

$$\hat{x} = E\{m^*\} = a \cdot x + b \cdot x$$

$$\hat{x} = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} m_1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} m_2$$

$$\hat{\sigma}^2 = \left[ \frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} \right]^{-1} = \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

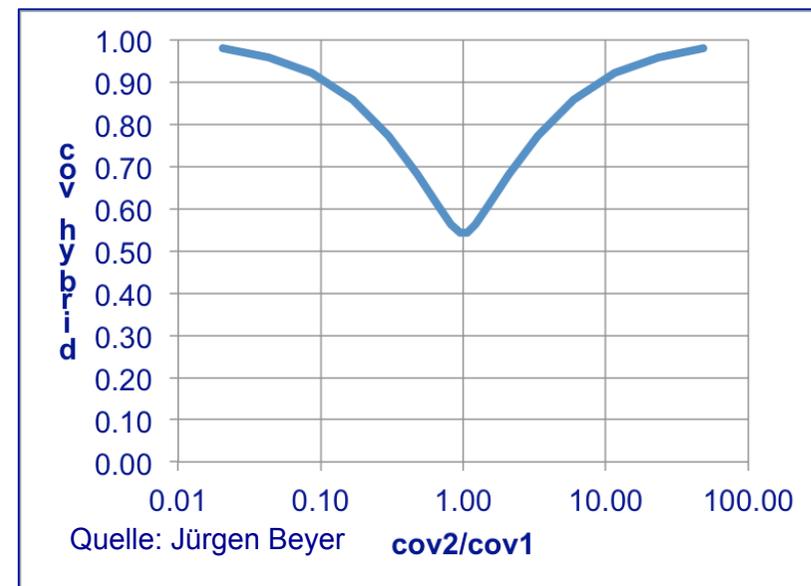
$$\hat{\sigma}_{\min}^2 = \frac{\sigma^2}{2} \quad \text{für} \quad \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$$

Mit n Messungen:

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{\prod_{j=1}^n \sigma_j^2}{\sum_{i=1}^n \frac{\prod_{j=1}^n \sigma_j^2}{\sigma_i^2}}$$
$$\hat{x}_n = \hat{\sigma}_n^2 \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{\sigma_i^2}$$

# Redundanz und Hybride

- Die Kovarianz eines Hybrides wird nie schlechter als die Kovarianz des besten dabei eingesetzten Sensors
- Ein Zwei-Sensor Hybrid kann die Kovarianz des besten eingesetzten Sensors im günstigsten Fall halbieren (mit  $n$  Sensoren  $\rightarrow 1/n$ )
- Bei optimaler Konfiguration eines Hybrides besitzen alle Sensoren gleiche Kovarianz
- In diesem Fall ist auch das Potential der Fehlerisolation am höchsten, d.h. keiner der Sensoren dominiert die Genauigkeit der Lösung



# Optimale Modellstützung

- Mischung von Mess-Signal und Modellrechnung
  - Ergebnis ist mindestens so gut wie das des Signals
  - Bestenfalls so gut wie der (halbe) Modellfehler
  - Hier reine Betrachtung des (Rest-) Rauschens
- Um die Streuung im Filterergebnis zu dritteln, darf die Fehlerkovarianz des Modells nur maximal  $1/8$  der des Sensorfehlers betragen (Faustregel 10%)
- Ziel eines Signalfilter- bzw. Modellentwurfs muss es sein, a priori Wissen **und** Unschärfe geeignet zu implementieren
  - ➔ determinierte und stochastische Modellentwicklung

# Bewertung einer Datenfusion

- Test- und Auswerteverfahren (Referenz)
  - Simulationen mit Referenz- und Fehlergenerator
  - Rauch-Tung-Striebel Smoother (nicht-kausale Filter)
  - Stimulation mit bekannten Eingangsdaten (z.B. Schiene)
  - Hochgenaues Referenzdaten-Equipment (z.B. Tachymeter)
  - Forcing Tape Technik (Reproduktion von Messdaten im Labor)
    - Kombinationen der oben genannten Verfahren
- Einfluss und Einarbeitung von Randbedingungen
  - Umweltbedingungen (Jahreszeit, Abschattungen, ...)
  - Bewegungsprofil (Dimension, Zeitdauer, ZUPT, ...)

# Bewertung einer Datenfusion

- Numerische Simulations-Verfahren
  - Monte-Carlo Simulationen (Qualität Rausch-Generator)
  - Kovarianzanalyse mit linearen Modellen (auch Fehlerbudget)
- Statistik-Methoden und Auswerte-Verfahren
  - Nachweis der Ergodizität (Trajektorienabhängigkeit)
  - Nachweis der vorausgesetzten Normalverteilung
  - Aussagen zu Qualität, Signifikanz und Robustheit
- Nachweis der Zuverlässigkeit (Fehlererkennung)
  - Prüfung erfolgt mit künstlich aufgebrauchten Fehlern
  - Filterverfahren basieren auf weissen normalverteilten Residuen; das ist im Fehlerfall nicht mehr gegeben

# Anwendungsbeispiel

- Optimale Signalmischung in der Navigation

$$\mathbf{m}_{\text{INS}} = (\mathbf{x} + \mathbf{e}_{\text{INS}}) + \mathbf{z}_{\text{INS}}, \sigma_{\text{INS}}$$

$$\mathbf{m}_{\text{GPS}} = (\mathbf{x} + \mathbf{e}_{\text{GPS}}) + \mathbf{z}_{\text{GPS}}, \sigma_{\text{GPS}}$$

## INS/GPS

$$\hat{\mathbf{x}} = \frac{\sigma_{\text{GPS}}^2}{\sigma_{\text{INS}}^2 + \sigma_{\text{GPS}}^2} (\mathbf{m}_{\text{INS}} - \mathbf{e}_{\text{INS}}) + \frac{\sigma_{\text{INS}}^2}{\sigma_{\text{INS}}^2 + \sigma_{\text{GPS}}^2} \mathbf{m}_{\text{GPS}}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \left[ \frac{1}{\sigma_{\text{INS}}^2} + \frac{1}{\sigma_{\text{GPS}}^2} \right]^{-1} = \frac{\sigma_{\text{INS}}^2 \sigma_{\text{GPS}}^2}{\sigma_{\text{INS}}^2 + \sigma_{\text{GPS}}^2}$$

Gängige Annahme:

$$\sigma_{\text{INS}} \ll \sigma_{\text{GPS}}$$

---

# Kontakt

---



Prof. Dr.-Ing. Jürgen Beyer  
Associate Lecturer Navigation  
Institute of Flight Systems and Automatic Control  
Technical University Darmstadt  
Otto-Berndt-Strasse 2  
D-64287 Darmstadt

Tel.: +49 6151 - 16 21046  
Mobil: +49 178 - 633 4891

[beyer@fsr.tu-darmstadt.de](mailto:beyer@fsr.tu-darmstadt.de)  
[www.fsr.tu-darmstadt.de](http://www.fsr.tu-darmstadt.de)